

ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ:	ΑΛΓΕΒΡΑ / Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	28 / 03 / 2026

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω x_1, x_2 οι πραγματικές ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$.

Να αποδείξετε ότι $S = x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha}$.

7 μονάδες

A2. Να γράψετε:

- (i) Το κλάσμα που μας δίνει το γινόμενο P των δύο πραγματικών ριζών της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$.
- (ii) Την ισότητα που συνδέει τρεις αριθμούς a , β και γ αν είναι γνωστό ότι αυτοί αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου.
- (iii) Τον τύπο που μας δίνει το άθροισμα των πρώτων n όρων αριθμητικής προόδου (α_n) με διαφορά ω
- (iv) Τον τύπο που μας δίνει τον n° όρο μιας γεωμετρικής προόδου με πρώτο όρο α_1 και λόγο λ .

2 x 4 = 8 μονάδες

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν με (Σ) αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λανθασμένες.

- (i) Μια δευτεροβάθμια εξίσωση μπορεί να έχει το πολύ δύο λύσεις.
- (ii) Ισχύει η ισοδυναμία $|x| > 6 \Leftrightarrow -6 < x < 6$.
- (iii) Ο αριθμός 3 επαληθεύει την ανίσωση $x^2 - 6x + 9 \leq 0$.
- (iv) Στην ακολουθία $\alpha_n = 2n^2 - 4n$, οι 3 πρώτοι όροι είναι $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 6$, $\alpha_3 = 16$.
- (v) Σε μία αριθμητική πρόοδο αν $\omega < 0$, τότε κάθε όρος της προόδου είναι μικρότερος σε σχέση με τον προηγούμενό της.

10 μονάδες

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η εξίσωση $4x^2 + 7x - 2 = 0$ (1) και η ανίσωση $2x^2 - x > 3$ (2).

B1. Να λύσετε την εξίσωση (1).

8 μονάδες

B2. (i) Να λύσετε την ανίσωση (2).

(ii) Να εξετάσετε αν οι λύσεις της εξίσωσης (1) ανήκουν στις λύσεις της ανίσωσης (2).

7 + 4 = 11 μονάδες

B3. Να λύσετε την εξίσωση $2(2x^4 - 1) = -7x^2$.

6 μονάδες

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι ανισώσεις $\frac{|1-x|}{3} - \frac{|1-x|+1}{4} \leq 2 - \frac{|x-1|}{6}$ (1) και $x^2 - 9x > 0$ (2).

Γ1. Να λύσετε την ανίσωση (1).

9 μονάδες

Γ2. (i) Να λύσετε την ανίσωση (2).

(ii) Να δείξετε ότι οι κοινές λύσεις των ανισώσεων (1) και (2) είναι το σύνολο των

$$x \in [-8, 0) \cup (9, 10].$$

6 + 5 = 11 μονάδες

Γ3. Αν α και γ είναι ο μικρότερος και μεγαλύτερος αντίστοιχα ακέραιος αριθμός που ανήκει στις κοινές λύσεις των ανισώσεων (1) και (2), να βρείτε τον αριθμητικό μέσο β των αριθμών α και γ .

5 μονάδες

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 4(1+\lambda)x + 4 + 3\lambda = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$ (1).

Δ1. Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση (1) έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.

6 μονάδες

Δ2. (i) Να υπολογίσετε τα $S = x_1 + x_2$ και $P = x_1 x_2$.

(ii) Να αποδείξετε ότι η παράσταση $A = (4x_1 - 3)(4x_2 - 3)$ είναι ανεξάρτητη του λ .

4 + 5 = 9 μονάδες

Δίνεται η ανίσωση $x^2 - 4(1+\lambda)x + 4 + 3\lambda < 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

Δ3. (i) Να λύσετε την ανίσωση για $\lambda = 1$.

(ii) Να βρείτε το πρόσημο της παράστασης $A = \left(\frac{2026}{2025}\right)^2 - 8\left(\frac{2026}{2025}\right) + 7$,

αιτιολογώντας την απάντησή σας.

5 + 5 = 10 μονάδες